Úlohy 1. kola 66. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Triatlon

Sportovci uspořádali rekreační triatlon. Využili vodní nádrž pro plavání a přilehlý cyklostezkový okruh délky 4,80 km, který závodníci třikrát projeli na kole a jednou proběhli. Plavecký úsek měl vymezenou délku $1/6$ délky okruhu cyklostezky.

Závodník s celkovým časem $1:06:15$ h měl plavecký čas $12:35$ min a jeho průměrná rychlost jízdy na kole byla přesně dvakrát větší než průměrná rychlost běhu.

Určete průměrnou rychlost v_p závodu, průměrnou rychlost v_1 plavání, průměrnou rychlost v_2 a čas t_2 jízdy na kole a průměrnou rychlost v_3 a čas t_3 běhu.

2. Rovnoměrně zpomalený pohyb

Vlak zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem z počáteční rychlosti $v_0 = 29\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ za čas $t_1 = 47$ s.

a) Vypočtěte velikost zrychlení a vlaku, celkovou brzdnou dráhu s_1 a brzdnou dráhu s_2 v třetinovém čase, tj. v čase $t_2 = \frac{t_1}{3}$ od začátku brzdění. Vypočtěte poměr drah $\frac{s_2}{s_1}$.

b) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase tak, že bez daných číselných hodnot na vodorovnou osu vynesete třetinové díly doby brzdění, tj. časy $\frac{t_1}{3}$, $\frac{2t_1}{3}$ a t_1, a na svislou osu vynesete třetinové díly počáteční rychlosti, tj. rychlosti $\frac{v_0}{3}$, $\frac{2v_0}{3}$ a v_0. Vytvořte pomocí těchto bodů obdélníkovou síť, v níž každý obdélník ještě rozdělte úhlopříčkou na dva trojúhelníky. Využitím obsahu plochy pod grafem a vytvořené pomocné sítě vyjádřete poměr $\frac{s_2}{s_1}$.

c) Vyjádřete obecně dráhy s_1 a s_2 pomocí veličin v_0 a t_1. Vytvořte z nich poměr $\frac{s_2}{s_1}$ a porovnejte jej s výsledky úkolů a) a b).

3. Kvádr na vozíku

Na vodorovné rovině stojí vozík o hmotnosti $M = 5{,}00$ kg a délky $l = 0{,}60$ m. Na plošině vozíku leží kvádr o hmotnosti $m = 2{,}00$ kg a délky $d = 0{,}12$ m tak, že jeho přední hrana je na úrovni přední hrany plošiny. Na opačném konci plošiny je zarážka. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a plošinou je $f = 0{,}25$. Vozík budeme urychlovat vodorovnou tahovou silou. Valivý odpor koleček vozíku je zanedbatelný.

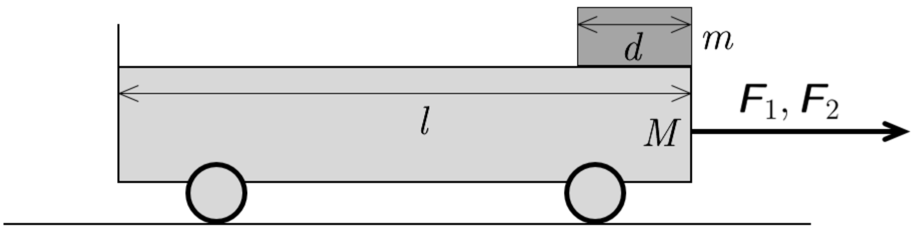
a) Určete maximální velikost a_1 zrychlení vozíku, při němž kvádr zůstane vzhledem k vozíku v klidu.

b) Vozík se rozjíždí se zrychlením o velikosti $a_2 = 4{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $a_2 > a_1$. Určete velikost zrychlení a_2', s nímž se bude kvádr vzhledem k vozíku pohybovat k zarážce.

c) Určete v případě b) dráhu s, kterou vozík ujede do okamžiku, kdy kvádr narazí do zarážky.

d) Určete velikost tahové síly F_1 působící na vozík v případě a) a velikost tahové síly F_2 působící na vozík v případě b).

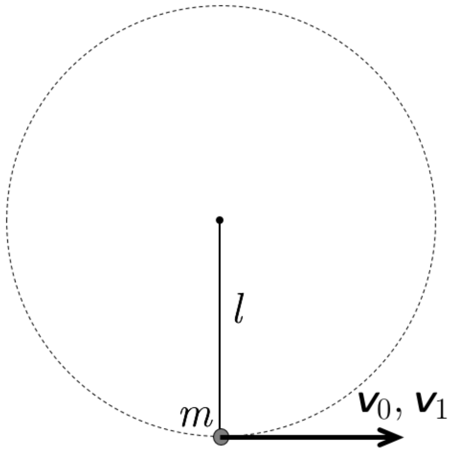
Řešení vyjádřete obecně, poté číselně pro dané hodnoty.



Obr. 1

4. Kulička na tyčce

Tyčka délky l s malou kuličkou na konci se může ve svislé rovině otáčet kolem vodorovné osy procházející opačným koncem tyčky.
Hmotnost tyčky je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti m kuličky.



Obr. 2

a) Určete velikost v_0 rychlosti, kterou musíme kuličce v dolní poloze ve vodorovném směru udělit, aby se dostala do nejvyšší polohy své kruhové trajektorie.

b) Určete velikost rychlosti v_1, kterou musíme kuličce v dolní poloze ve vodorovném směru udělit, aby v nejvyšší poloze své trajektorie nebyla tyčka namáhána ani tlačnou, ani tažnou silou.

c) Určete v případě b) velikost F_1 celkové síly, kterou je tyčka napínána v nejnižší poloze kuličky.

d) Rozhodněte v případě b), ve kterých bodech trajektorie se kulička pohybuje s největším tečným zrychlením a ve kterých bodech s největším dostředivým zrychlením. Určete velikosti $a_{t,\max}$, $a_{d,\max}$ těchto zrychlení.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 0{,}15$ kg, $l = 0{,}20$ m.

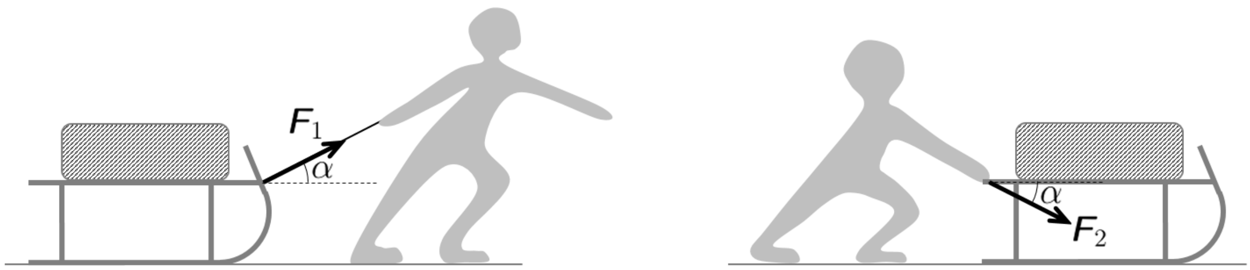
5. Tažené a tlačené saně

Jenda táhne saně o hmotnosti m za provaz, na který působí tažnou silou šikmo vzhůru svírající s vodorovným směrem úhel α. Karel tlačí stejné saně, na které působí tlačnou silou šikmo dolů svírající s vodorovným směrem stejný úhel α. Součinitel smykového tření mezi saněmi a rovinou je f.

a) Určete velikost F_1 tažné síly Jendy a velikost F_2 tlačné síly Karla, kterou musí každý z chlapců na saně působit při rovnoměrném pohybu.

b) Jenda přemístí saně po dráze s_1. Po jaké dráze s_2 přemístí saně Karel, jestliže vykoná stejnou práci jako Jenda?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 28$ kg, $\alpha = 33°$, $f = 0{,}10$, $s_1 = 90$ m.



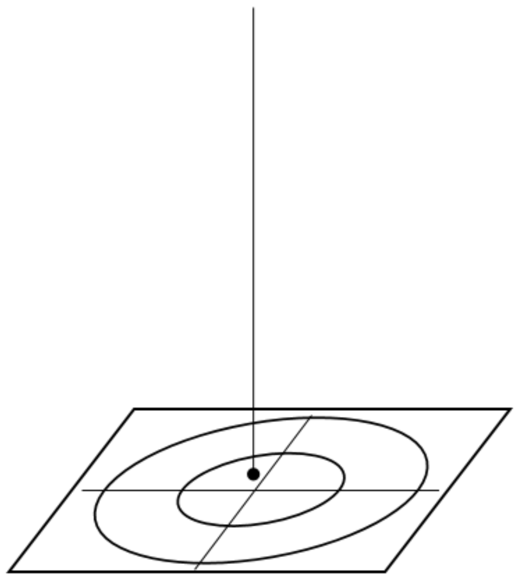
Obr. 3

6. Praktická úloha: Kónické kyvadlo

Kónické (kuželové) kyvadlo tvoří malá kulička na závěsu, která obíhá ve vodorovné rovině po kružnici. Závěs přitom opisuje plášť kužele.

Úkoly:

1) Zjistěte pro dvě kružnicové trajektorie s různým poloměrem periody oběhu kuličky. Měření proveďte pro každou kružnici desetkrát, vypočtěte střední hodnotu periody, průměrnou odchylku a relativní odchylku měření. Které faktory způsobují rozptyl naměřených časů?
2) Vypočtěte pro každou kružnici obvodovou rychlost a úhlovou rychlost kuličky.
3) Jak se mění úhlová rychlost a jak se mění obvodová rychlost obíhání kuličky při zvětšování poloměru opisované kružnice, od velmi malého až po maximální možný? Vyzkoušejte s kyvadlem pouze s orientačním měřením časů.



Obr. 4

Provedení:

Na papír pomocí kružítka sestrojíme dvě soustředné kružnice a viditelně vyznačíme jejich střed. Těsně nad střed kružnic umístíme kuličku kyvadla zavěšeného na vhodné konstrukci. Závěs uchopíme v horní části a citlivým krouživým pohybem uvádíme kuličku do kruhového pohybu co nejpřesněji nad zvolenou kružnicí. Pokud po uvolnění kulička nad kružnicí samostatně obíhá, změříme dobu několika period a zaznamenáme do tabulky. Takto provedeme 10 měření, a to vždy s novým uvedením kuličky do pohybu.

Počet oběhů $n =$, poloměr kružnice $r =$		
$\frac{t_i}{\text{s}}$	$\frac{T_i = t_1/n}{\text{s}}$	$\frac{\Delta T_i = \lvert\overline{T} - T_i\rvert}{\text{s}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$\overline{T} =$	$\Delta T =$ $\delta T =$

Počet oběhů $n =$, poloměr kružnice $r =$		
$\frac{t_i}{\text{s}}$	$\frac{T_i = t_1/n}{\text{s}}$	$\frac{\Delta T_i = \lvert\overline{T} - T_i\rvert}{\text{s}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$\overline{T} =$	$\Delta T =$ $\delta T =$

7. Skákající hopík

Pružný míček (hopík) se nachází ve výšce h_0 a po uvolnění dopadne na vodorovnou podlahu. Po odrazu vystoupá do výšky h_1 a opět padá volným pádem. Po druhém dopadu se opět odrazí a vystoupá do výšky h_2. Děj se dále opakuje, až se hopík úplně zastaví.

Předpokládejme, že během několika počátečních nárazů míčku do podlahy je poměr velikostí rychlosti odrazu v_{od} a rychlosti dopadu v_{dop} konstantní. Tento poměr $k = \frac{v_{od}}{v_{dop}}$ se nazývá koeficient restituce.

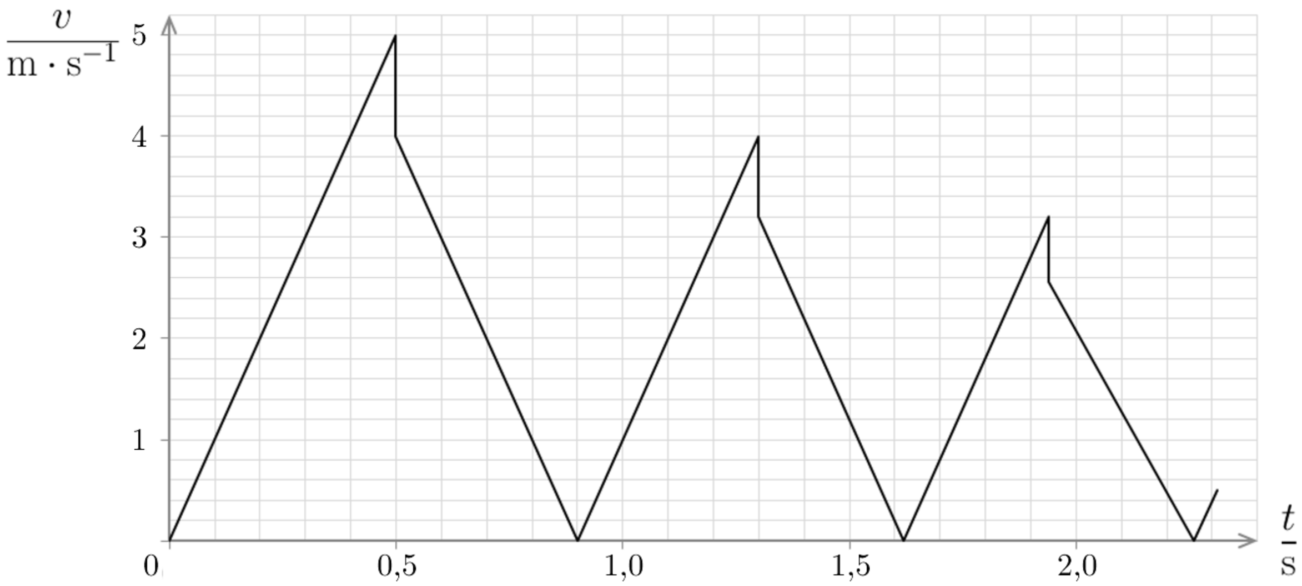
Funkční závislost velikosti rychlosti hopíku na čase udává graf. V této úloze počítejte s tíhovým zrychlením $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

a) Určete součinitel restituce k.

b) Určete počáteční výšku h_0, výšku h_1 po prvním odrazu a výšku h_2 po druhém odrazu.

c) Sestrojte graf závislosti okamžité výšky míčku na čase od okamžiku uvolnění do okamžiku třetího dopadu.

d) Sestrojte k tomuto grafu v čase 0,6 s a v čase 1,7 s tečny. Z jejich sklonu vypočtěte souřadnici okamžité rychlosti v těchto časech.



Obr. 5